# 2023-2024-2 期末考试

## 一、判断题 (本题共 30 分)

1. (2 分) \_\_\_\_\_\_ 给定表达式 ，该式包含关系正确。
2. (2 分) \_\_\_\_\_\_ 给定 ，那么 。
3. (2 分) \_\_\_\_\_\_ 给定一个包含 个可比较项的数组 ，使用归并排序对 进行排序，在排序过程中， 中的每个项都与 中的 个其他项进行比较。
4. (2 分) \_\_\_\_\_\_ 快速排序算法如果每次选择支点数时，从备选序列中随机选择一个元素作为支点数，目的是避免选择到备选序列的最大值或最小值。
5. (2 分) \_\_\_\_\_\_ 计算机通常使用线性同余法来产生随机数，这个方法要求用户初始化种子数，当给定的初始化种子数完全随机时，则线性同余法可以得到完全随机的随机数。
6. (2 分) \_\_\_\_\_\_ 8 皇后问题是利用回溯算法求解的经典问题，这个问题并不能通过随机算法来进行求解。
7. (2 分) \_\_\_\_\_\_ 0/1 背包问题中有 个物品，包的容量为整数 。利用动态规划求解该问题的时间复杂度为 。由于整数 为常数，根据渐进函数 ，可得知动态规划算法求解0/1 背包问题的时间复杂度应为 。
8. (2 分) \_\_\_\_\_\_ 如果问题 已经被证明是 NP 难的问题，那么问题 可以在多项式时间判断其解是否正确。
9. (2 分) \_\_\_\_\_\_ 给定长度为 的整型序列 ，如果存在 ，且 ，那么 就被称为序列 的局部高点。如果求序列 的任意一个局部高点，该问题可以获得时间复杂度为 的算法进行求解。
10. (2 分) \_\_\_\_\_\_ 给定长度为 的整型序列 ，如果需要找出其中第 小的一个元素，给定一个算法其时间复杂度为 ，那么该算法的复杂度为 。

答案：FFFTF FFFTF

## 二、单项选择题 (共 40 分)

1. (2 分) 给定以下四个函数，求其最高阶的时间复杂度。
   * A.
   * B.
   * C.
   * D.
2. (2 分) 假设有一个长度为 的序列 。你需要找到该序列的最长递增子序列的长度。使用动态规划算法的时间复杂度是多少？
   * A.
   * B.
   * C.
   * D.
3. (2 分) 假设你有一个长度为 的整数数组 ，你需要找到数组中和最大的连续子数组。设 表示以 结尾的最大的子数组的和。那么下面哪个递推式是正确的？
   * A.
   * B.
   * C.
   * D.
4. (2 分) 给定递归式 ，则 的渐进表示为 \_\_\_\_\_\_\_。
   * A.
   * B.
   * C.
   * D.
5. (2 分) 在一个大型活动中， 位参与者每人都会给主持人一张写有自己编号的卡片。在活动结束后，主持人将卡片随机发还给参与者。参与者拿到写有自己编号卡片的平均数目是多少。
   * A.
   * B.
   * C.
   * D.
6. (2 分) 给定以下函数，其时间复杂度是 \_\_\_\_\_\_\_。

* int fun(int n)  
  {  
   int count = 0;  
   for (int i = n; i > 0; i /= 2)  
   {  
   for (int j = 0; j < i; j++)  
   {  
   count += 1;  
   }  
   }  
   return count;  
  }
  + A.
  + B.
  + C.
  + D.

1. (2 分) 在利用递归算法求解汉诺塔问题时，其时间复杂度表示正确的是。
   * A.
   * B.
   * C.
   * D.
2. (2 分) 当我们说算法 的渐近效率高于算法 时，以下描述正确的是。
   * A. 对于所有输入都是更好的选择。
   * B. 对于所有输入都是更好的选择，除了可能在处理较小输入时。
   * C. 对于所有输入都是更好的选择，除了可能在处理较大输入时。
   * D. 对于较小输入是更好的选择。
3. (2 分) 对于以下 C 语言描述的算法，其空间复杂度表示正确的是。

* double foo (int n){  
   int i;  
   double sum;  
   if (n == 0) return 1.0;  
   else{  
   sum = 0.0;  
   for (i = 0; i < n; i++)  
   sum += foo(i);  
   return sum;  
   }  
  }
  + A.
  + B.
  + C.
  + D.

1. (2 分) 利用回溯算法求解 皇后问题时，其时间复杂度变为 \_\_\_\_\_\_\_。
   * A.
   * B.
   * C.
   * D.
2. (2 分) 考虑两个字符串 和 。设 是 和 之间最长公共子序列 (不一定连续) 的长度，设 是 和 之间具有最长公共子序列的子序列的数量。那么 的值是多少。
   * A.
   * B.
   * C.
   * D.
3. (2 分) 最优二叉搜索树可以使用动态规划算法进行求解，假设给定 4 个节点它们各自的 , 这些节点对应的权重 。由此得到的最优二叉搜索树的最小加权和是多少。
   * A.
   * B.
   * C.
   * D.
4. (2 分) 给定两个字符串 和 。使用动态规划算法来得到它们的最长公共子序列 (LCS) 序列的长度。设 表示 和 的最长公共子序列的长度。请问以下哪个递推式是正确的？
   * A.
   * B.
   * C.
   * D.
5. (2 分) 假设有一个背包，其承重能力为 。同时有 个物品，每个物品 的重量为 ，价值为 。现在需要从这 个物品中选择若干物品放入背包中，使得它们的总重量不超过背包的承重能力 ，同时使得这些物品的总价值最大化。以下描述不正确的是。
   * A. 当物品可以进行切割时，使用贪心算法就能获得问题的最优解。
   * B. 划分问题属于 NP 难问题，0/1 背包问题可转化为划分问题。
   * C. 0/1 背包问题的动态规划算法递归式，除了物品的索引作为变量外，还需要将包的容量作为变量。
   * D. 对于 0/1 背包问题，其动态规划时间复杂度为 。由于 是整数，因此其时间复杂度可简化为 。
6. (2 分) 最大子数组和问题是找到具有最大和的子数组。例如，给定一个数组 ，最大子数组和是 。这个问题的朴素解决方案是计算以每个元素开始的所有子数组的和，并返回所有子数组和中的最大值。我们可以使用分治法来解决这个问题，使用分治法的益处体现在它的时间复杂度是多少？
   * A.
   * B.
   * C.
   * D.
7. (2 分) 以下是求解子集和问题的一个实现，该实现的时间复杂度是多少？

* bool isSubsetSum(int set[], int n, int sum)  
  {  
   if (sum == 0)  
   return true;  
   if (n == 0 && sum != 0)  
   return false;  
   if (set[n-1] > sum)  
   return isSubsetSum(set, n-1, sum);  
   return isSubsetSum(set, n-1, sum) ||  
   isSubsetSum(set, n-1, sum - set[n-1]);  
  }
  + A.
  + B.
  + C.
  + D.

1. (2 分) 一个文本由字符 组成，它们出现的频率分别为 和 。最优的霍夫曼编码技术的平均长度是多少？
   * A.
   * B.
   * C.
   * D.
2. (2 分) 以下哪一个问题求解不属于贪心算法？
   * A. Dijkstra 求解单源最短路径问题
   * B. 贝尔曼-福特求解最短路径问题
   * C. Prim 求解最小生成树问题
   * D. Kruskal 求解最小生成树问题
3. (2 分) 以下哪一种排序算法在其典型实现中，当应用于已排序或几乎已排序的数组 (最多某一两个元素位置错误) 时，能提供最佳性能。
   * A. 快速排序
   * B. 堆排序
   * C. 合并排序
   * D. 插入排序
4. (2 分) 给定一个 的矩阵 和一个大小 的向量 ，可以设计一个分治算法计算 的结果。该分治算法将矩阵 分解成 4 个大小为 的分子矩阵，并将向量 分解成 2 个大小 的子向量，然后将分块矩阵和子向量依次相乘得到最终结果。这个分治算法的时间复杂度为 \_\_\_\_\_\_\_。
   * A.
   * B.
   * C.
   * D.

## 三、程序填空题 (共 20 分)

1. (20 分) 打印给定字符串的全部排列 — 一个非常典型的回溯算法。以下创建一个函数 permute()，其参数为输入字符串、字符串的起始索引和字符串的结束索引。
   * 使用参数输入字符串、0、字符串长度减 1 来调用此函数。
   * 在这个函数中，如果 和 的值相同，则打印相同的字符串。
   * 从 到 运行一个 for 循环，并将 for 循环中的当前元素与 inputString[L] 交换，
   * 然后通过将 的值增加 1 来再次调用函数的。
   * 之后再次交换之前交换的值以进行回溯。

* 请根据以上描述，在空白处完成对应的代码，从而实现全排列打印。
* #include <bits/stdc++.h>  
  using namespace std;  
    
  void permute(string& a, int l, int r)  
  {  
   if (l == r)  
   cout << a << endl;  
   else  
   {  
   for (int i = l; i <= r; i++)  
   {  
   swap(\_,\_); // (1) 本空 4 分  
   permute(\_,\_,\_); // (2) 本空 6 分  
   swap(\_,\_); // (3) 本空 4 分  
   }  
   }  
  }  
    
  int main()  
  {  
   string str = "ABC";  
   int n = str.size();  
   permute(\_,\_,\_); // (4) 本空 6 分  
   return 0;  
  }
* **参考答案:**
  1. a[l], a[i]
  2. a, l+1, r
  3. a[l], a[i]
  4. str, 0, n-1

## 四、简答题 (共 10 分)

1. (10 分) 假设有一个长度为 的木料，售价函数 定义 表示长度为 的木料的售价。我们的目标是找寻一种切割方式，使木料的总售价最大。设 表示长度为 的木料的最大售价。我们把问题分解为多个子问题来求解。
   1. (2 分) 请给出 的递归式。

* **参考答案:**
  1. (2 分) 给出 的边界条件 。
* **参考答案:**
  1. (2 分) 当 , 那么切割后总售价最大值是多少？
* **参考答案:**
  1. (2 分) 利用以上动态规划求解时，其算法时间复杂度为多少？
* **参考答案:**

1. (2 分) 在信息化和智能化快速发展的今天，算法在社会生活中的应用越来越广泛。然而，算法不仅仅是技术问题，更涉及伦理道德、社会公平等方面。作为未来的技术开发者和算法建设者，理解和运用算法时如何体现社会责任和文化自信，是一个值得思考的深度问题。选择一个你熟悉的算法，描述其工作原理、时间复杂度和空间复杂度。接着，结合以下两个方面，即 1) 该算法在某个具体应用场景中可能产生的社会影响，包括正面和负面影响；2) 如何改进或应用该算法，以更好地服务社会、并体现社会主义核心价值观；讨论你对算法社会责任的理解。

* **参考答案:** 给出具体描述。